



## کسر متعارفی

**تعریف کسر:** اگر دو عدد طبیعی را بر هم تقسیم کنیم، می‌توانیم آن را به صورت  $\frac{\square}{\bigcirc}$  نمایش دهیم، به این

عدد کسر متعارفی گفته می‌شود.

$$\text{مانند: } \frac{1}{2}, \frac{8}{3}, \frac{59}{12} \text{ و } \dots$$

(-) هرگاه صورت کسری از مخرج آن بزرگ‌تر باشد به این کسر، کسر بزرگ‌تر از واحد گفته می‌شود.

$$\text{مانند: } \frac{3}{2} \text{ یا } \frac{159}{101} \text{ یا } \frac{8}{5}$$

**عدد مخلوط:** کسرهای بزرگ‌تر از واحد را می‌توانیم بصورت یک عدد طبیعی در کنار یک کسر نمایش دهیم که به این نوع نمایش عدد مخلوط می‌گویند. به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$\frac{8}{5} = \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = 1\frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{19}{2} = \frac{18}{2} + \frac{1}{2} = 9\frac{1}{2}$$

هرگاه صورت کسر را بر مخرج آن تقسیم کنیم عددی که در خارج قسمت قرار دارد را می‌توانیم پشت کسر قرار دهیم و تقسیم باقیمانده بر مقسوم علیه را در کنار آن بگذاریم مثال:

$$\frac{13}{3} = \frac{12}{3} \frac{1}{3} \Rightarrow 4\frac{1}{3}$$

$$\frac{25}{8} = \frac{24}{8} \frac{1}{8} \Rightarrow 3\frac{1}{8}$$

$$\frac{17}{5} = \frac{15}{5} \frac{2}{5} \Rightarrow 3\frac{2}{5}$$

عدد مخلوط

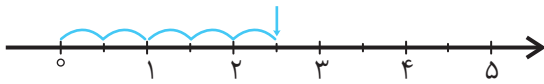
کسر متعارفی

$$\square \frac{\bigcirc}{\Delta} \Rightarrow \frac{(\square \times \Delta) + \bigcirc}{\Delta} \quad \text{به طور کلی}$$



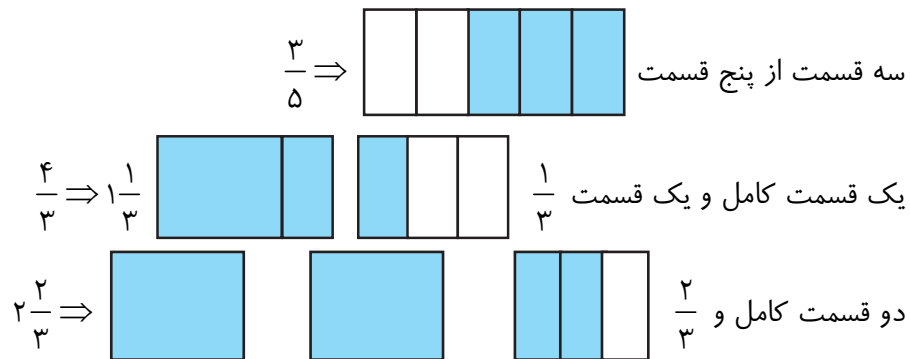
### نمایش کسر بر روی محور

مثلا کسر متعارفی  $\frac{5}{2}$  را در نظر بگیرید. می‌خواهیم این کسر را بر روی محور اعداد نشان دهیم. ابتدا باید محور اعداد را به دو قسمت، دو قسمت تقسیم کنیم سپس از ابتدا ۵ قسمت به جلو برویم.



### (-) نمایش کسر بر روی شکل

در نظر بگیرید که می‌خواهیم کسرهای  $\frac{3}{5}$  و  $\frac{4}{3}$  و  $2\frac{2}{3}$  را روی شکل نشان دهیم.



**مقایسه کسرها:** برای مقایسه‌ها سه روش وجود دارد ولی بیش‌ترین استفاده ما از روش سوم است که گفته خواهد شد.

$$\frac{2}{5} \bigcirc \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10} \Rightarrow \frac{4}{10} < \frac{7}{10}$$

روش هم مخرج کردن: **روش اول**

هم صورت کردن : روش دوم

روش هم صورت کردن: **روش دوم**

$$\frac{4}{3} \bigcirc \frac{12}{11} \Rightarrow \frac{4 \times 3}{3 \times 3} = \frac{12}{9} \Rightarrow \frac{12}{9} > \frac{12}{11}$$

کسرها را هم صورت می‌کنیم کسری که مخرج کوچک‌تری دارد بزرگ‌تر است.

**روش سوم:** (مهم‌ترین روش) (روش نون بربری !!!) (یا روش طرفین وسطین!!)

در این روش کسرها را روبروی هم می‌نویسیم و سپس طرفین وسطین را انجام می‌دهیم (مخرج کسر در صورت

کسر دیگر و بالعکس) توجه کنید:

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \Rightarrow 2 \times 7 = 14 \quad \bigcirc \quad 5 \times 3 = 15 \Rightarrow 14 < 15 \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{5}{7}$$

$$\frac{8}{3} \times \frac{5}{2} \Rightarrow 8 \times 2 = 16 > 5 \times 3 = 15 \Rightarrow \frac{8}{3} > \frac{5}{2}$$



**پیدا کردن کسر بین دو کسر:** برای پیدا کردن یک کسر بین دو کسر راه حل بسیار جالبی وجود دارد. شما ابتدا باید کسر کوچک تر را در سمت چپ و کسر بزرگ تر را در سمت راست بنویسید و سپس چند جای خالی بین آنها قرار دهید و بعد صورت این دو کسر را با هم جمع کنید و در صورت کسر میانی و مخرجها را نیز با هم جمع کنید و در مخرج کسر میانی قرار دهید. و این کار را به تعداد کسرهای مورد نیاز ادامه دهید.



$$\frac{2}{5} < \frac{10}{22} < \frac{8}{17} < \frac{6}{12} = \frac{1}{2} < \frac{10}{19} < \frac{14}{26} < \frac{4}{7}$$

تمام کسرهای  $\frac{14}{26}, \frac{10}{19}, \frac{6}{12}, \frac{8}{17}, \frac{10}{22}$  بین دو کسر  $\frac{2}{5}$  و  $\frac{4}{7}$  قرار دارند.

**جمع و تفریق کسرها:** هم در جمع و هم در تفریق می بایست از مخرج مشترک استفاده کنیم.

$$\frac{2 \times 4}{5 \times 4} + \frac{1 \times 5}{4 \times 5} = \frac{8 + 5}{20} = \frac{13}{20}$$

$$3\frac{1}{3} - 1 = \frac{10}{3} - 1 = \frac{10}{3} - \frac{3}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

$$4\frac{1}{5} + 2\frac{1}{2} = 6 + \frac{2}{10} + \frac{5}{10} = 6\frac{7}{10}$$

$$5 - 2\frac{2}{7} = 4\frac{7}{7} - 2\frac{2}{7} = 2\frac{5}{7} \rightarrow \text{(راه حل جدید!!!)}$$

↓

$$4\frac{7}{7} = 4 + 1 = 5$$

**ضرب و تقسیم کسرها:**

صورت در صورت

مخرج در مخرج

$$\left(2\frac{2}{5} \times 1\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{16}{15} = 3\frac{1}{15}$$

معکوس می شود

$$\frac{1}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{6}$$

تبدیل ÷ به ×



ساده کردن کسرها

$$\frac{21 \div 7}{35 \div 7} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{13 \cancel{2} \times \cancel{1}^1}{1 \cancel{2} \times \cancel{4}^2} = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$$

$$\frac{3 \cancel{3} \times \cancel{5}^5 \times \cancel{6}^6}{1 \cancel{2} \times \cancel{2}^2 \times \cancel{6}^6} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$$

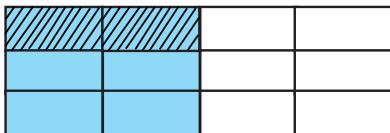
ضرب کسرها به روش شکل

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} =$$

مرحله ۱) ابتدا کسر  $\frac{2}{5}$  را روی شکل نشان می‌دهیم.



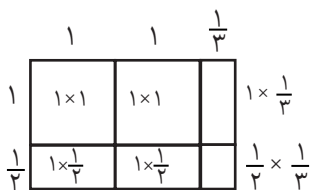
مرحله ۲) سپس روی همان شکل کسر  $\frac{1}{3}$  را نشان می‌دهیم به این معنی که از شکل‌های رنگ شده  $\frac{1}{3}$  را مجدداً با علامتی دیگر مشخص می‌کنیم.



بدست آوردن ضرب کسرها به روش مساحت

$$1\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{7}{3} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

طول مستطیل:  $2\frac{1}{3}$



عرض مستطیل:  $1\frac{1}{2}$

$$1 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = 3 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2} \text{ یا } \frac{7}{2}$$

$$\frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



قانون دور در دور - نزدیک در نزدیک

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{4 \times 1}{2 \times 3} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{1}{3} = \left( \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{5}} \right) = \frac{5}{3}$$

$$\left( \frac{\frac{5}{7}}{\frac{1}{3}} \right) = \frac{15}{7}$$

$$\frac{1}{4} = \left( \frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{8}} \right) = \frac{1}{8}$$

رابطه‌ی معروف پیدا کردن حاصل جمع اعداد متوالی (رابطه گوس)

اگر تعدادی عدد با فاصله‌های یکسان در کنار هم داشته باشیم و بخواهیم تعداد آن‌ها را بدست آوریم از فرمول و رابطه‌ی زیر می‌توانیم کمک بگیریم:

$$\text{تعداد} = \frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{\text{فاصله}} + 1$$



$$\overset{2}{1}, \overset{2}{3}, \overset{2}{5}, \overset{2}{7}, \overset{2}{8}, \dots, \overset{2}{51}$$

$$\text{تعداد} = \frac{51-1}{2} + 1 = \frac{50}{2} + 1 = 25 + 1 = 26$$

حال اگر بخواهیم مجموع این اعداد را بدست آوریم از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد} \times (\text{عدد آخر} + \text{عدد اول}) = \text{مجموع اعداد: رابطه‌ی گوس}$$



$$21 + 25 + 29 + 33 + 37 + \dots + 93 = ?$$

$$19 = \frac{93-21}{4} + 1$$

ابتدا تعداد را بدست می‌آوریم.

$$\text{مجموع} = \frac{93+21}{2} \times 19 = \frac{114}{2} \times 19 = 57 \times 19 = 1083$$

**کسرهای تلسکوپی:** کسرهای تلسکوپی به کسرهایی می‌گویند که بصورت ضرب دو عدد در مخرج و تفریق همان دو عدد در صورت وجود دارد: که بصورت زیر تفکیک می‌شوند.

$$\left( \frac{\bigcirc - \square}{\square \times \bigcirc} \right) = \frac{1}{\bigcirc} - \frac{1}{\square}$$



مثال:  $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

$$\frac{4}{5 \times 9} = \frac{1}{5} - \frac{1}{9}$$

$$: \frac{3}{4 \times 7} = \frac{1}{4} - \frac{1}{7}$$

$$\left( \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \dots + \frac{1}{49 \times 50} \right) = ?$$

$$\left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) + \dots + \left( \frac{1}{49} - \frac{1}{50} \right) = ?$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{50} = \frac{50 - 3}{150} = \frac{47}{150}$$



مثال:

$$\left( \frac{5}{5 \times 10} + \frac{5}{10 \times 15} + \frac{5}{15 \times 20} + \dots + \frac{5}{195 \times 200} \right) = ?$$

$$\left( \frac{1}{10} - \frac{1}{15} \right) + \left( \frac{1}{15} - \frac{1}{20} \right) + \dots + \left( \frac{1}{195} - \frac{1}{200} \right) = ?$$

$$\frac{1 \times 40}{5 \times 40} - \frac{1}{200} = \frac{40 - 1}{200} = \frac{39}{200}$$



مثال:

$$\left( \frac{\bigcirc + \square}{\square \times \bigcirc} \right) = \left( \frac{1}{\bigcirc} + \frac{1}{\square} \right)$$

یا بصورت جمع:



مثال:

$$\left( \frac{7}{3 \times 4} - \frac{9}{4 \times 5} + \frac{11}{5 \times 6} - \frac{13}{6 \times 7} + \dots - \frac{41}{20 \times 21} \right) =$$

$$\left( \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) - \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) + \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right) - \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{7} \right) \dots - \left( \frac{1}{20} + \frac{1}{21} \right) =$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{21} = \frac{7 - 1}{21} = \frac{6}{21} \quad \text{یا} \quad \frac{2}{7}$$

**کسرهای مسلسلی:** کسرهایی که بر روی هم قرار می‌گیرند را کسرهای مسلسلی می‌نامند. برای پیدا کردن

جواب باید از کوچک‌ترین مخرج در بالا و یا پایین شروع کنیم.



$$1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}} \longrightarrow 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{5}{2}}} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2 + \frac{2}{5}}$$

$$1 + \frac{1}{\frac{12}{5}} = 1 + \frac{5}{12} = \frac{17}{12} \quad \text{یا}$$

$$\begin{cases} \square - \bigcirc = 5 \\ \square + \bigcirc = 9 \end{cases}$$

$$\text{عدد بزرگ تر} = \frac{\text{اختلاف} + \text{مجموع}}{2}$$

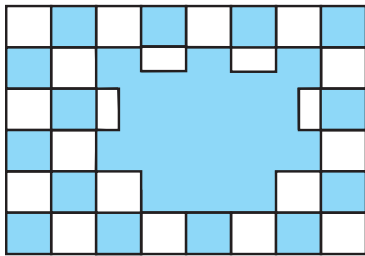
$$\text{عدد کوچک تر} = \frac{\text{مجموع} - \text{اختلاف}}{2}$$

$$\Rightarrow \square = \frac{9 + 5}{2} = 7$$

$$\Rightarrow \bigcirc = \frac{9 - 5}{2} = 2$$

اگر مجموع و تفاضل دو عدد داده شود:

## پرسش‌های چهارگزینه‌ای: کسر متعارفی



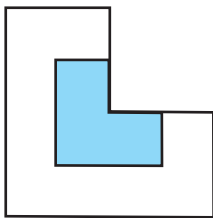
۱. در شکل مقابل چه کسری از شکل، به رنگ سیاه درآمده است؟

$$\frac{32}{48} \quad (2) \quad \text{$$

$$\frac{31}{48} \quad (1) \quad \text{$$

$$\frac{34}{48} \quad (4) \quad \text{$$

$$\frac{30}{48} \quad (3) \quad \text{$$



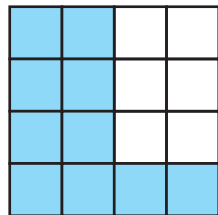
۲. چه کسری از شکل داده شده رنگ نشده است؟

$$\frac{2}{4} \quad (2) \quad \text{$$

$$\frac{3}{4} \quad (1) \quad \text{$$

$$\frac{3}{8} \quad (4) \quad \text{$$

$$\frac{1}{4} \quad (3) \quad \text{$$



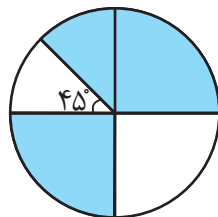
۳. چه کسری از شکل مقابل رنگ نشده است؟

$$\frac{5}{1} \quad (2) \quad \text{$$

$$\frac{5}{8} \quad (1) \quad \text{$$

$$\frac{3}{8} \quad (4) \quad \text{$$

$$\frac{6}{14} \quad (3) \quad \text{$$



۴. در شکل روبه‌رو قسمت رنگی چه کسری از کل شکل است؟

$$\frac{6}{12} \quad (2) \quad \text{$$

$$\frac{4}{8} \quad (1) \quad \text{$$

$$\frac{7}{12} \quad (4) \quad \text{$$

$$\frac{5}{8} \quad (3) \quad \text{$$

۵. با اعداد ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ چند کسر کوچک‌تر از واحد می‌توان ساخت؟

$$7 \quad (4) \quad \text{کسر} \quad \text{input type="radio"/>$$

$$8 \quad (3) \quad \text{کسر} \quad \text{input type="radio"/>$$

$$10 \quad (2) \quad \text{کسر} \quad \text{input type="radio"/>$$

$$9 \quad (1) \quad \text{کسر} \quad \text{input type="radio"/>$$

۶. با اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۹ چند کسر بزرگ‌تر از واحد می‌توان نوشت که مخرج هر یک از آن‌ها از ۲

بزرگ‌تر باشد؟

$$12 \quad (4) \quad \text{کسر} \quad \text{input type="radio"/>$$

$$8 \quad (3) \quad \text{کسر} \quad \text{input type="radio"/>$$

$$15 \quad (2) \quad \text{کسر} \quad \text{input type="radio"/>$$

$$10 \quad (1) \quad \text{کسر} \quad \text{input type="radio"/>$$

۷. کدام یک از کسرهای زیر با عدد مخلوط  $4\frac{3}{7}$  برابر است؟

$$\frac{19}{7} \quad (4) \quad \text{input type="radio"/>$$

$$\frac{31}{7} \quad (3) \quad \text{input type="radio"/>$$

$$\frac{25}{7} \quad (2) \quad \text{input type="radio"/>$$

$$\frac{12}{7} \quad (1) \quad \text{input type="radio"/>$$





۸. کدام یک از کسرهای زیر با  $5\frac{1}{3}$  برابر است؟

$\frac{32}{6}$  (۴)

$\frac{16}{5}$  (۳)

$\frac{8}{3}$  (۲)

$\frac{14}{3}$  (۱)

$\begin{cases} 4 < 7 \\ (3 \times 7) + 4 = 25 \end{cases}$

۹. با توجه به عبارت‌های درستی تقسیم، عدد مخلوط آن کدام است؟

$25\frac{3}{7}$  (۴)

$7\frac{3}{4}$  (۳)

$4\frac{3}{7}$  (۲)

$3\frac{4}{7}$  (۱)

۱۰. عدد مخلوط  $785\frac{69}{23}$  برابر است با:

$785 \times \frac{69}{23}$  (۴)

$785 - \frac{69}{23}$  (۳)

$785 + \frac{69}{23}$  (۲)

$785 \div \frac{69}{23}$  (۱)

۱۱. در کسر  $\frac{\square}{72}$  به جای  $\square$  چه عددی می‌توان نوشت به طوری که با کسر  $\frac{1}{4}$  مساوی باشد؟

۹ (۴)

۵۴ (۳)

۳۶ (۲)

۱۸ (۱)

۱۲. اگر داشته باشیم  $\frac{3}{8} = \frac{\square}{24} = \frac{27}{\square}$  در این صورت  $\frac{\square}{\square}$  برابر است با:

$\frac{1}{8}$  (۴)

$\frac{9}{81}$  (۳)

$\frac{2}{4}$  (۲)

$\frac{1}{16}$  (۱)

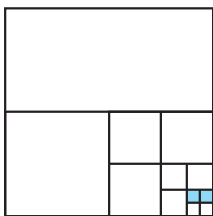
۱۳. در تساوی  $\frac{3}{5} = \frac{\square}{4}$  به جای  $\square$  باید چه عددی را قرار دهیم؟

$\frac{8}{4}$  (۴)

$\frac{8}{3}$  (۳)

$\frac{3}{8}$  (۲)

$\frac{3}{5}$  (۱)



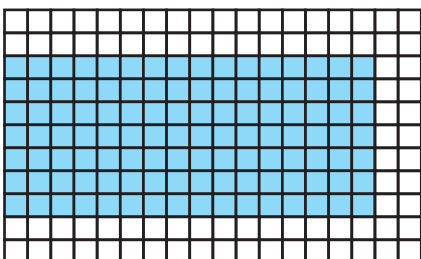
۱۴. چه کسری از شکل روبرو رنگ شده است؟

$\frac{1}{64}$  (۲)

$\frac{1}{512}$  (۱)

$\frac{1}{32}$  (۴)

$\frac{1}{128}$  (۳)



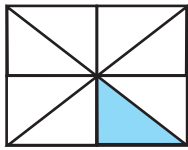
۱۵. چه کسری از شکل روبرو رنگ شده است؟

$\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{49}{99}$  (۱)

$\frac{98}{198}$  (۴)

$\frac{86}{198}$  (۳)



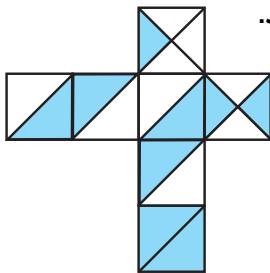
۱۶. در شکل روبرو چند خانه رنگ کنیم که  $\frac{5}{8}$  شکل خالی باشد؟

۴ (۲)

۳ (۱)

۲ (۴)

۵ (۳)



۱۷. چند مثلث دیگر در شکل روبرو باید رنگ شود تا  $\frac{1}{4}$  شکل رنگ نشده باقی بماند.

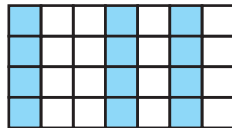
۸ (۲)

۴ (۱)

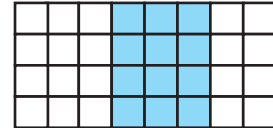
۵ (۴)

۶ (۳)

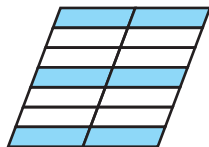
۱۸. کدام شکل نشان می‌دهد که کسر  $\frac{3}{7}$  با کسر  $\frac{12}{28}$  برابر است؟



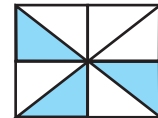
(۲)



(۱)

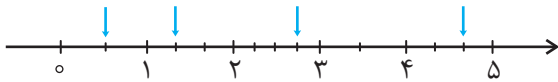


(۴)



(۳)

۱۹. به ترتیب از چپ به راست روی محور چه اعدادی نشان داده شده‌اند.



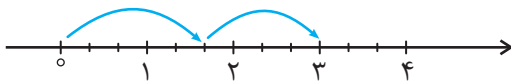
$\frac{1}{2}, 1\frac{2}{3}, 2\frac{1}{3}, 4\frac{2}{3}$  (۲)

$4\frac{2}{3}, 2\frac{3}{4}, 1\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$  (۱)

$\frac{1}{2}, 1\frac{1}{3}, 2\frac{2}{3}, 4\frac{2}{3}$  (۴)

$\frac{1}{2}, 1\frac{1}{3}, 2\frac{3}{4}, 4\frac{2}{3}$  (۳)

۲۰. محور روبرو با کدام یک از گزینه‌ها معادل است؟



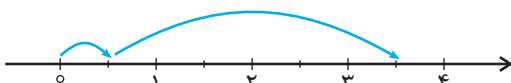
$1\frac{1}{3} + 3$  (۴)

$1\frac{2}{3} + 3$  (۳)

$1\frac{1}{3} + 1$  (۲)

$\frac{5}{3} + 1\frac{1}{3}$  (۱)

۲۱. کدام گزینه مربوط به محور روبرو است؟



$\frac{1}{2} + \frac{5}{2}$  (۴)

$\frac{1}{2} + 3$  (۳)

$1\frac{1}{2} + 2$  (۲)

$2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}$  (۱)