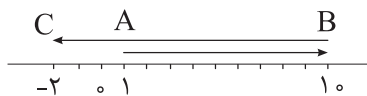




حرکت سینماتیک

۱. در شکل زیر متحرکی از نقطه‌ی A به B و سپس به C می‌رود. مسافت طی شده و جابجایی این متحرک چند متر است؟ (از راست به چپ)



- (۱) ۱۲ و ۳
- (۲) ۲۱ و -۳
- (۳) ۳ و ۱۲
- (۴) ۲۲ و -۳

فصل سینماتیک رو با یک تست آسون شروع کردم که یک مفهوم ابتدایی ولی بسیار مهم رو یاد بگیرید. از این مفهوم تا آخر فصل استفاده می‌کنیم.

بیاموزیم ۱

مقایسه جابجایی (تغییر مکان) و مسافت طی شده

(الف) جابجایی یک کمیت برداری است ولی مسافت طی شده یک کمیت عددی می‌باشد.

(ب) جابجایی می‌تواند منفی باشد اما مسافت طی شده همواره مثبت است.

(ج) جابجایی به مسیر حرکت بستگی ندارد اما مسافت طی شده به مسیر حرکت بستگی دارد.

(د) برای محاسبه‌ی جابجایی فاصله نقاط آغاز و پایان حرکت را به دست می‌آوریم اما برای محاسبه‌ی مسافت طی شده باید تک‌تک طول‌های پیموده شده را با علامت مثبت با یکدیگر جمع کنیم.

گزینه‌ی ۲ با توجه به توضیحات فوق برای محاسبه‌ی مسافت طی شده باید طول AB با طول BC جمع شود یعنی:

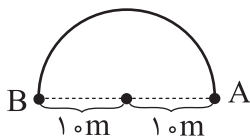
$$d = AB + BC = 9 + 12 = 21 \text{ m}$$

$$\Delta x = X_C - X_A = -2 - 1 = -3 \text{ m}$$

اما جابجایی فاصله‌ی نقطه‌ی آغاز و پایان است:

یادتون باشه همیشه باید گزینه‌ها رو از راست به چپ بخونید!

۲. متحرکی روی دایره‌ای به شعاع 10 m حرکت می‌کند جابجایی و مسافت طی شده‌ی متحرک هنگامیکه یک نیم‌دایره را طی می‌کند چند متر است؟ ($\pi \approx 3$)



- (۱) ۲۰ و ۲۰
- (۲) ۲۰ و ۶۰
- (۳) ۳۰ و ۲۰
- (۴) ۲۰ و ۳۰

گزینه‌ی ۴

جابجایی فاصله‌ی A تا B یعنی طول پاره‌خط AB می‌باشد که برابر قطر دایره است.

$$\Delta x = 2R = 2 \times 10 = 20 \text{ m}$$

مسافت طی شده در نیم دور برابر نصف محیط دایره می‌باشد.

$$d = \frac{2\pi R}{2} = \pi R = 3 \times 10 = 30 \text{ m}$$

۳. شناگری درون استخری به طول 50 m شنا می‌کند. اگر این شناگر طول استخر را در ۱۵ ثانیه رفته و در ۲۰ ثانیه برگردد سرعت متوسط شناگر در این مسیر رفت و برگشت چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است؟

- (۱) $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- (۲) ۲۵
- (۳) ۲۰
- (۴) صفر

بیاموزیم ۲

نسبت تغییرات مکان (جابجایی) به تغییرات زمان برابر سرعت متوسط می‌باشد.

$$\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \bar{v} = \frac{\Delta x (\text{m})}{\Delta t (\text{s})}$$

Δx یک کمیت بردار است و \bar{v} نیز یک کمیت برداری می‌باشد.

بردارهای $\Delta \bar{x}$ و \bar{v} همواره هم جهتند، یعنی هر دو جهت حرکت را نشان می‌دهند نه اینکه مکان متحرک مثبت است یا منفی.

$$v = \frac{dx'}{dt} = x'(t)$$

برای به دست آوردن سرعت لحظه‌ای باید از معادله‌ی مکان نسبت به زمان مشتق بگیریم.

نکته: سرعت متوسط بیانگر سرعتی است که متحرک به طور نسبی داشته است یعنی می‌توانسته در طول مسیر گاهی کمتر و گاهی بیشتر از آن را داشته باشد اما سرعت لحظه‌ای سرعتی است که در لحظه‌ای معین متحرک داشته است!



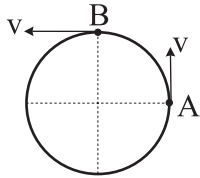
گزینه‌ی ۴ برای به دست آوردن سرعت متوسط باید جابجایی رو به زمان تقسیم کنیم و در یک حرکت رفت و برگشت جابجایی صفر است.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{\Delta t} = 0$$

هشدار! بعضی از دانش‌آموزان مسافت طی شده که برابر ۱۰۰ متر است را به زمان تقسیم می‌کنند و جواب این سوال را به اشتباه گزینه ۱ به دست می‌آورند.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50 + 50}{15 + 20} = \frac{100}{35} = \frac{20}{7}$$

۴. متحرکی روی دایره‌ای مطابق شکل با سرعت ثابت $10 \frac{m}{s}$ دور می‌زند. اگر در مدت $\frac{1}{2}$ ثانیه از نقطه‌ی A به B رود شتاب متوسط



چند $\frac{m}{s^2}$ می‌باشد؟

- (۱) ۵۰
(۲) ۷۰
(۳) ۵
(۴) ۷

بیاموزیم ۳

$$\left(\frac{m}{s^2}\right) \bar{a} = \frac{\Delta v \left(\frac{m}{s}\right)}{\Delta t (s)}$$

تغییرات سرعت نسبت به تغییرات زمان، شتاب متوسط می‌باشد

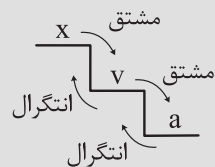
Δv و \bar{a} کمیت برداری بوده و همواره با هم، هم‌جهت می‌باشند.

تذکر: بچه‌ها Δv و \bar{a} هم جهتند نه \vec{v} و \bar{a} ! پس شتاب عمراً جهت حرکت را مشخص نمی‌کند!

$$a = \frac{dv}{dt} = v'(t)$$

برای به دست آوردن شتاب لحظه‌ای باید از معادله سرعت مشتق گرفت.

با توجه به بیاموزیم ۲ و بیاموزیم ۳ پلکان زیر را نتیجه می‌گیریم:



$$\Delta v = 2v \sin \frac{90^\circ}{2} = 2v \sin 45 = v\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

گزینه‌ی ۲

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10\sqrt{2}}{0.2} = 50\sqrt{2} = 50 \times 1.414 = 70.7 \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

بیاموزیم ۴

$$R = 2R_1 \cos \frac{\alpha}{2} \quad \text{یا} \quad 2R_2 \cos \frac{\alpha}{2}$$

یادآوری از بردار: برای دو بردار مساوی از رابطه مقابل به دست می‌آید $(R_1 = R_2)$

تفاضل دو بردار مساوی از رابطه مقابل به دست می‌آید $(R_1 = R_2)$

$$\Delta R = 2R_1 \sin \frac{\alpha}{2} \quad \text{یا} \quad 2R_2 \sin \frac{\alpha}{2}$$

α زاویه‌ی بین دو بردار است.

۵. معادله‌ی حرکت متحرکی در SI به صورت $x = 2t^2 - 4t$ می‌باشد. در چه لحظه‌ای سرعت صفر می‌شود؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

$$x' = v = 4t - 4 = 0 \rightarrow t = 1$$

گزینه‌ی ۱ مشتق مکان برابر سرعت می‌باشد.

۶. معادله‌ی شتاب متحرکی به صورت $a = 6t$ می‌باشد. سرعت متوسط این متحرک در بازه‌ی زمانی $t = 0$ تا $t = 4$ کدام است؟

- (۱) ۸
(۲) ۲۵
(۳) ۱۶
(۴) ۱۲

بیاموزیم ۵

$$\int adt = at + c$$

یادآوری از ریاضی: انتگرال گیری = عکس مشتق گیری می‌باشد.

$$\int at^n dt = a \frac{t^{n+1}}{n+1} + c$$

c یک عدد ثابت می‌باشد.

مثال: انتگرال معادله‌ی $2t^3 - 3t + 4$ را نسبت به زمان به دست آورید.

$$\int (2t^3 - 3t + 4) dt = 2 \times \frac{t^4}{4} - 3 \times \frac{t^2}{2} + 4t + c = \frac{t^4}{2} - \frac{3}{2}t^2 + 4t + c$$



$$a = \epsilon t$$

$$v = \int \epsilon t dt = \epsilon \frac{t^2}{2} + c$$

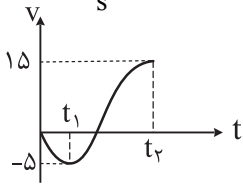
$$v = \epsilon t^2 + v_0 = \epsilon t^2$$

$$x = \int \epsilon t^2 dt = \epsilon \frac{t^3}{3} + c'$$

$$x = t^3 + x_0 \rightarrow \Delta x = t^3$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{t^3}{t} = t^2 = 4^2 = 16 \text{ m}$$

۷. نمودار زیر تغییرات سرعت یک متحرک بر حسب زمان را نشان می‌دهد شتاب متوسط در بازه‌ی $t_1 = 1\text{s}$ تا $t_2 = 3\text{s}$ چند $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است؟

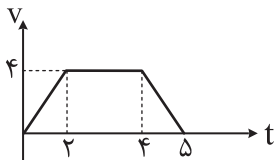


- ۱۰ (۱)
- ۱۵ (۲)
- ۵ (۳)
- ۲۰ (۴)

گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل سرعت در لحظه‌ی t_1 یعنی v_1 برابر $-\frac{5}{\text{s}}$ و سرعت در لحظه‌ی t_2 یعنی v_2 برابر $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌باشد

بنابراین:

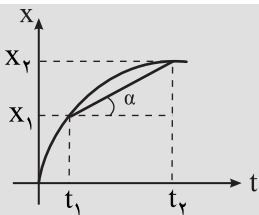
$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{15 - (-5)}{3 - 1} = \frac{20}{2} = 10$$



۸. با توجه به نمودار زیر سرعت متوسط بین دو لحظه‌ی $t = 0$ و $t = 5$ چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است؟

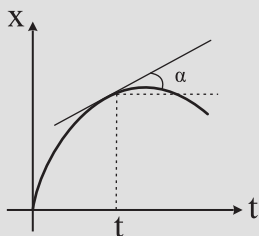
- ۲۴ (۱)
- ۲/۸ (۲)
- ۱۴ (۳)
- ۱/۸ (۴)

بیاموزیم ۶



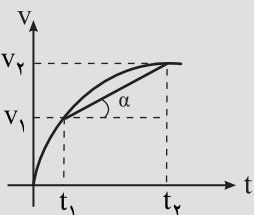
شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار $(x-t)$ برابر سرعت متوسط است.

$$\tan \alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \bar{v}$$



شیب خط مماس بر یک نقطه از نمودار $(x-t)$ برابر سرعت لحظه‌ای است.

$$\tan \alpha = v \text{ لحظه‌ای}$$

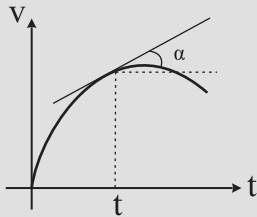


شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار $(v-t)$ برابر شتاب متوسط است.

$$\tan \alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \bar{a}$$

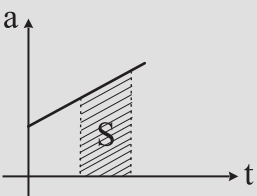


شیب خط مماس بر یک نقطه از نمودار $(v-t)$ برابر شتاب لحظه‌ای است.



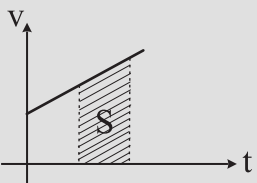
$$\tan \alpha = a_{\text{لحظه‌ای}}$$

سطح زیر نمودار $(a-t)$ برابر تغییرات سرعت (Δv) می‌باشد.



$$S = \Delta v$$

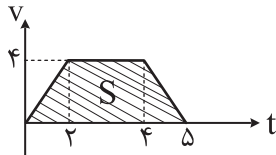
سطح زیر نمودار $(v-t)$ برابر تغییرات مکان (Δx) می‌باشد.



$$S = \Delta x$$

گزینه‌ی ۲ با توجه به نمودار سطح زیر نمودار تا لحظه‌ی $t = 5$ به صورت یک دوزنقه می‌باشد و اگر مساحت دوزنقه را حساب کنیم

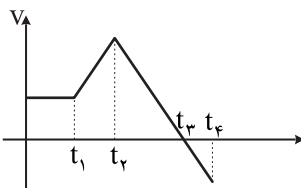
جابجایی به دست می‌آید.



$$S = \Delta x = \frac{(\Delta + 2) \times 4}{2} = 14$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{14}{5} = 2.8$$

۹. با توجه به نمودار زیر در چه لحظه‌ای متحرک در دورترین موقعیت نسبت به مبدأ مکان قرار دارد؟



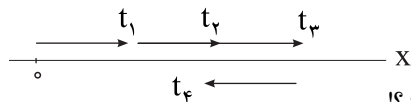
- | | |
|-----------|-----------|
| t_1 (۱) | t_2 (۲) |
| t_3 (۳) | t_4 (۴) |

گزینه‌ی ۳ روش اول:

با توجه به شکل S_1 بالای محور و S_2 پایین محور است یعنی $\Delta x_1 > 0$ و $\Delta x_2 < 0$ است. یعنی تا لحظه‌ی t_3 جابجایی مثبت و بعد از آن جابجایی منفی می‌باشد پس متحرک در لحظه‌ی t_3 بیشترین جابجایی را داشته و در دورترین مکان نسبت به مبدأ مکان قرار دارد.

روش دوم:

اگر سرعت مثبت باشد یعنی در جهت محور x حرکت می‌کند و اگر سرعت منفی باشد یعنی خلاف جهت محور x حرکت می‌کند از آنجایی که مطابق شکل تا لحظه‌ی t_3 سرعت مثبت است متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند و بعد از آن سرعت منفی است و خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.



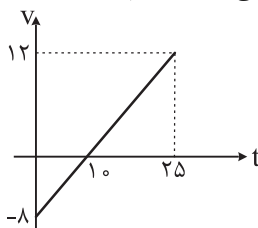
بنابراین در لحظه‌ی t_3 در دورترین مکان نسبت به مبدأ مکان قرار می‌گیرد.

ممکن است بعضی از شما لحظه‌ی t_2 را انتخاب کرده باشید. آخ! می‌دونید چرا اشتباه کردید؟!

درسته بعد از لحظه‌ی t_2 سرعت کاهش پیدا می‌کند اما همچنان علامت آن مثبت است و مثبت بودن آن نشان دهنده‌ی اینکه حرکت در جهت مثبت محور x است اما فقط اندازه‌ی آن کاهش می‌یابد پس همچنان از مبدأ دور می‌شود!

۱۰. نمودار سرعت زمان جسمی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. جابجایی و مسافت طی شده جسم تا لحظه‌ی $t = 25$

چند متر است؟



(۲) ۵۰ و ۱۳۰

(۱) ۴۰ و ۹۰

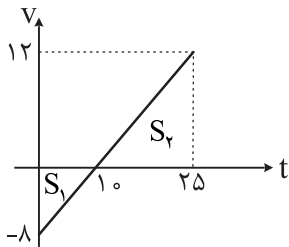
(۴) ۹۰ و ۴۰

(۳) ۱۳۰ و ۵۰



در نمودار $(v-t)$ جابجایی و مسافت طی شده به صورت زیر به دست می‌آید:

مساحت پایین محور $-$ | مساحت بالای محور $+$ | مساحت بالای محور $\Delta x =$ جابجایی
 مساحت پایین محور $+$ | مساحت بالای محور $d =$ مسافت طی شده



$$S_1 = \frac{8 \times 10}{2} = 40$$

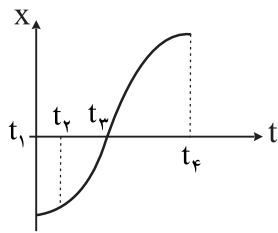
$$S_2 = \frac{15 \times 12}{2} = 90$$

$$\Delta x = |S_2| - |S_1| = 90 - 40 = 50 \text{ m}$$

$$d = |S_1| + |S_2| = 90 + 40 = 130 \text{ m}$$

گزینه ۲

۱۱. با توجه به نمودار $(x-t)$ روبرو در چه لحظه‌ای سرعت متحرک بیشترین مقدار را دارد؟



t_2 (۲)

t_1 (۱)

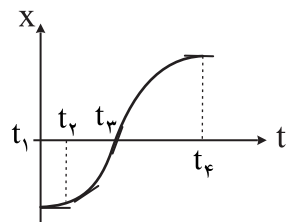
t_3 (۴)

t_4 (۳)

گزینه ۴ شیب خط مماس بر نمودار $(x-t)$ برابر v لحظه‌ای است.

بنابراین مطابق شکل در لحظه t_3 بیشترین سرعت را دارد

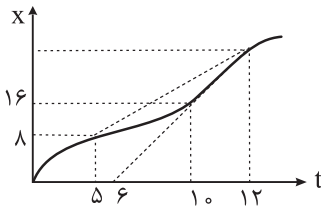
زیرا شیب خط مماس در این لحظه از لحظات دیگر بیش‌تر است.



۱۲. نمودار مکان - زمان متحرکی به شکل مقابل است. اگر سرعت متحرک در لحظه $t = 10 \text{ s}$ برابر سرعت متوسط آن بین دو لحظه‌ای

(آزاد ریاضی - ۷۶)

$t_1 = 5 \text{ s}$ و $t_2 = 12 \text{ s}$ باشد، متحرک در لحظه $t = 12 \text{ s}$ در چند متری مبدأ می‌باشد؟



28 (۱)

24 (۲)

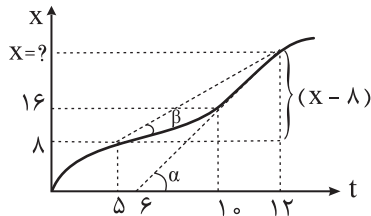
36 (۳)

20 (۴)

گزینه ۳ با توجه به مطالب بیاموزیم ۶ برای به دست آوردن سرعت در لحظه $t = 10$ شیب خط مماس در لحظه $t = 10$ یعنی

$\tan \alpha$ را محاسبه کرده و برای به دست آوردن سرعت متوسط بین دو لحظه $t_1 = 5$ و $t_2 = 12$ شیب خط واصل دو نقطه یعنی

$(\tan \beta)$ را محاسبه می‌کنیم.



$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{16}{4} = 4$$

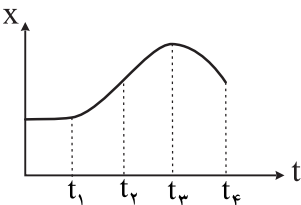
$$\tan \beta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{x-8}{7}$$

$$\rightarrow \frac{x-8}{7} = 4 \rightarrow x-8 = 28 \rightarrow x = 36 \text{ m}$$

سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای طبق گفته‌ی مسئله با هم برابرند.

۱۳. شکل مقابل نمودار مکان - زمان یک متحرک در مسیر مستقیم است. در کدام فاصله‌ی زمانی حرکت آن جسم کند شونده است؟

(آزمایش سنجشی ریاضی تجربی - ۸۴)



t_1 تا t_2 (۱)

t_3 تا t_2 (۲)

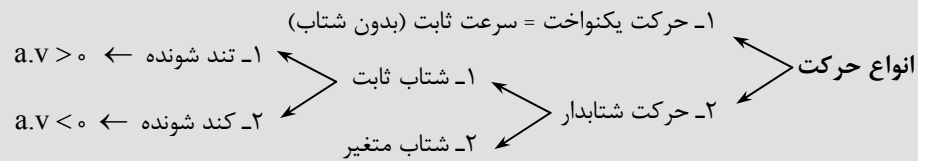
t_4 تا t_3 (۳)

t_4 تا t_1 (۴)



بیاموزیم ۸

انواع حرکت در راستای محور X به صورت زیر است:



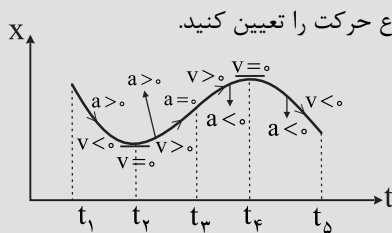
بیاموزیم ۹

یادآوری از ریاضی

- علامت مشتق اول نشان‌دهنده‌ی صعودی یا نزولی بودن تابع می‌باشد. اگر تابع صعودی باشد مشتق اول مثبت و اگر تابع نزولی باشد مشتق اول منفی است. هر جا خط مماس بر نمودار افقی باشد مشتق اول صفر است.
- علامت مشتق دوم نشان‌دهنده‌ی جهت تقعر تابع می‌باشد. اگر تقعر تابع رو به بالا باشد مشتق دوم مثبت و اگر جهت تقعر رو به پایین باشد مشتق دوم منفی است. در نقطه‌ی عطف جهت تقعر تابع عوض می‌شود و مشتق دوم صفر است.

بیاموزیم ۱۰

- در نمودار مکان - زمان هر جا نمودار صعودی باشد $v > 0$ و هر جا نمودار نزولی باشد $v < 0$ است. اگر خط مماس بر نمودار مکان - زمان افقی باشد $v = 0$ است.
- در نمودار مکان - زمان هر جا تقعر تابع رو به بالا باشد $a > 0$ و هر جا تقعر رو به پایین باشد $a < 0$ است. در نقاط عطف نمودار مکان - زمان $a = 0$ می‌باشد.

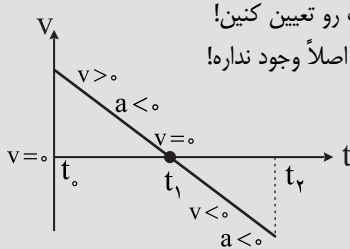


مثال ۱: در نمودار زیر در بازه‌های زمانی $(t_1 - t_2)$ و $(t_2 - t_3)$ و $(t_3 - t_4)$ و $(t_4 - t_5)$ نوع حرکت را تعیین کنید.

- $(t_1 - t_2)$ ← کند شونده
- $(t_2 - t_3)$ ← تند شونده
- $(t_3 - t_4)$ ← کند شونده
- $(t_4 - t_5)$ ← تند شونده

هر جا شتاب و سرعت هم علامت باشند ($a.v > 0$) نوع حرکت تند شونده و هر جا شتاب و سرعت هم علامت نباشند ($a.v < 0$) نوع حرکت کند شونده می‌باشد.

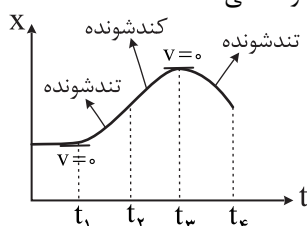
حالا یک روش دیگه بهتر یاد می‌دم که خیلی سریع‌تر و بدون تعیین علامت شتاب و سرعت بتونین نوع حرکت رو تعیین کنین! هر جا سرعت صفر شود قبل از آن نوع حرکت کند شونده و بعد از آن نوع حرکت تند شونده می‌باشد. استثناء هم اصلاً وجود نداره! مثال: در شکل زیر علامت شتاب و سرعت و نوع حرکت را تعیین کنید.



- $(t_0 - t_1)$ ← کند شونده
- $(t_1 - t_2)$ ← تند شونده

- در نمودار سرعت - زمان هر قسمتی از نمودار که بالای محور افق باشد ($v > 0$) و هر قسمتی از نمودار که پایین محور افق باشد ($v < 0$) است. هر جا نمودار محور افق را قطع کند ($v = 0$) است.
- در نمودار سرعت - زمان هر جا نمودار صعودی باشد ($a > 0$) و هر جا نمودار نزولی باشد ($a < 0$) است. اگر خط مماس بر نمودار سرعت - زمان افقی شود ($a = 0$) است.

گزینه‌ی ۲ همون‌طور که گفتم هر جا سرعت صفر بشه قبلش حرکت کند شونده و بعدش حرکت تند شونده می‌شه!

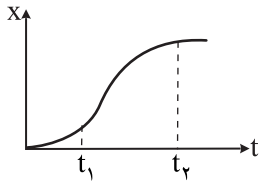


حالا نقاطی که در اون سرعت صفر می‌شه رو پیدا کنین. اینجوری خیلی راحت‌تره. مگه نه!؟



۱۴. شکل مقابل نمودار مکان - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می کند. در این صورت در لحظه‌ی شتاب و سرعت

(آزمایش سنجش ریاضی - ۸۴)



(۱) t_1 - هم جهتند

(۲) t_2 - هم جهتند

(۳) t_1 و t_2 هم جهتند

(۴) t_1 و t_2 - در خلاف جهت هم‌اند.

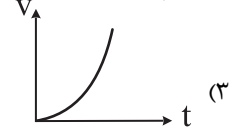
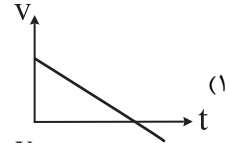
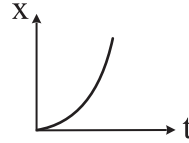
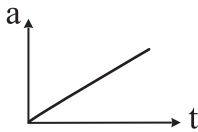
گزینه‌ی ۱ تابع همواره صعودی است پس در لحظات t_1 و t_2 سرعت مثبت می باشد.

در لحظه‌ی t_1 تقعر تابع رو به بالاست بنابراین $a > 0$

در لحظه‌ی t_2 تقعر تابع رو به پایین است بنابراین $a < 0$

در نتیجه در لحظه‌ی t_1 ، $v > 0$ و $a > 0$ می باشد بنابراین شتاب و سرعت هم جهتند.

۱۵. نمودار شتاب - زمان متحرکی به صورت مقابل است. کدام یک از نمودارهای زیر برای این متحرک می تواند صحیح باشد؟



بیاموزیم ۱۱

یادآوری از ریاضی: در ریاضی اگر از یک تابع چند جمله‌ای ($x = t^n$) مشتق بگیریم به ازای هر بار مشتق گیری از درجه‌ی آن یک واحد کاسته می شود.

بیاموزیم ۱۲

الف) حرکت یکنواخت:

۱) نمودار مکان - زمان حرکت یکنواخت تابع درجه‌ی ۱ (خط راست شیبدار) می باشد.

۲) نمودار سرعت - زمان حرکت یکنواخت تابع درجه‌ی صفر (تابع ثابت یا خط راست افقی) می باشد.

۳) حرکت یکنواخت شتاب ندارد.

ب) حرکت شتاب ثابت:

۱) نمودار مکان - زمان حرکت شتاب ثابت تابع درجه‌ی ۲ (سهمی) می باشد.

۲) نمودار سرعت - زمان حرکت شتاب ثابت تابع درجه‌ی ۱ (خط راست شیبدار) می باشد.

۳) نمودار شتاب - زمان حرکت شتاب ثابت تابع درجه‌ی صفر (خط راست افقی) می باشد.

ج) حرکت شتاب متغیر:

۱) نمودار مکان - زمان حرکت شتاب متغیر بصورت تابع درجه‌ی ۳ می باشد.

۲) نمودار سرعت - زمان حرکت شتاب متغیر به صورت تابع درجه‌ی ۲ (سهمی) می باشد.

۳) نمودار شتاب - زمان حرکت شتاب متغیر به صورت تابع درجه‌ی ۱ (خط راست شیبدار) می باشد.

گزینه‌ی ۳ نمودار شتاب - زمان این متحرک خط راست شیبدار (تابع درجه‌ی ۱) است بنابراین نمودار سرعت - زمان آن باید سهمی (تابع درجه‌ی ۲) باشد.

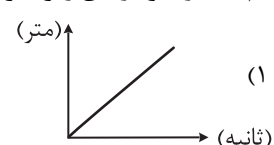
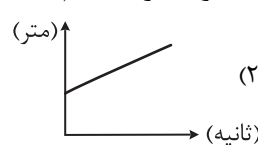
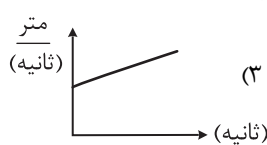
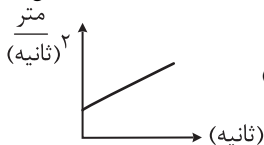
گزینه ۱ غلط است. زیرا نمودار سرعت - زمان را به صورت خط راست شیبدار کشیده است.

گزینه ۲ غلط است. زیرا مکان - زمان سهمی است (درجه ۲) در صورتی که باید به صورت یکی از حالات تابع درجه‌ی ۳ باشد.

گزینه ۴ غلط است به همان دلیلی که در گزینه‌ی ۲ ذکر شد.

۱۶. کدام یک از نمودارهای زیر معرف حرکت بر مسیر مستقیم با شتاب ثابت است؟

(آزاد تجربی - ۷۱)





گزینه‌ی ۳ گزینه‌های ۱ و ۲ نمودار مکان - زمان و گزینه ۳ نمودار سرعت - زمان و گزینه ۴ نمودار شتاب - زمان می‌باشد. (از کجا فهمیدیم!!!!؟ خوب معلومه! اگه به واحدی که کنار محور عمودی توی پرانتز نوشته شده دقت کنین خودتون متوجه می‌شین) گزینه‌های ۱ و ۲ صحیح نیست. زیرا نمودار مکان - زمان حرکت شتاب ثابت باید به صورت سهمی باشد. گزینه‌ی ۴ صحیح نیست. زیرا نمودار شتاب - زمان حرکت شتاب ثابت باید به صورت خط راست افقی باشد. گزینه‌ی ۳ صحیح است. زیرا نمودار سرعت - زمان حرکت شتاب ثابت خط راست شیبدار است.

۱۷. معادله حرکت متحرک به صورت $x = t^2 - 4t + 1$ می‌باشد. در چه لحظه‌ای این متحرک تغییر جهت می‌دهد؟

- (۱) $t = 1s$ (۲) $t = 3s$ (۳) $t = 2s$ (۴) تغییر جهت نمی‌دهد

بیاموزیم ۱۳

برای به دست آوردن لحظه‌ی تغییر جهت ابتدا معادله‌ی سرعت را مساوی صفر قرار می‌دهیم و ریشه‌ی این معادله را تعیین علامت می‌کنیم. زیرا یک متحرک وقتی تغییر جهت می‌دهد که ۱) سرعت صفر شود ۲) سرعت تغییر علامت دهد.

$$x' = v = 2t - 4 = 0 \rightarrow t = 2$$

گزینه‌ی ۳

t	۲
v	- 0 +

بنابراین متحرک در لحظه $t = 2$ تغییر جهت می‌دهد.

بیاموزیم ۱۴

یادآوری از ریاضی: ریشه‌ی مثبت معادله‌ی سرعت درجه ۱ همواره تغییر علامت می‌دهد و تغییر جهت محسوب می‌شود بنابراین دیگر نیازی به تعیین علامت نیست.

۱۸. معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $x = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 4t + 1$ می‌باشد در چه لحظه‌ای این متحرک تغییر جهت می‌دهد؟

- (۱) $t = 1s$ (۲) $t = 2s$ (۳) $t = 3s$ (۴) تغییر جهت نمی‌دهد.

$$x' = v = t^2 - 4t + 4 = 0$$

گزینه‌ی ۴ از معادله‌ی مکان مشتق گرفته و مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$\rightarrow v = (t - 2)^2 = 0 \rightarrow t = 2$$

t	۲
v	+ 0 +

همان‌طور که مشاهده می‌کنید سرعت در لحظه‌ی $t = 2$ تغییر علامت نمی‌دهد.

بنابراین تغییر جهت نمی‌دهد. البته نیازی به جدول تعیین علامت نیست زیرا در

معادله‌ی سرعت $(t - 2)$ به توان ۲ رسیده است بنابراین همواره مثبت است.

بیاموزیم ۱۵

اگر معادله‌ی سرعت درجه‌ی ۲ باشد ۳ حالت زیر را داریم:

(الف) $\Delta > 0$ در این صورت به تعداد ریشه‌های مثبت متحرک تغییر جهت می‌دهد.

(ب) $\Delta = 0$ در این صورت تابع ریشه‌ی مضاعف دارد یعنی سرعت صفر می‌شود ولی تغییر علامت (تغییر جهت) نمی‌دهد (مانند تست ۱۸)

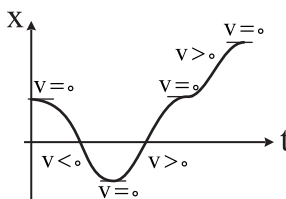
(ج) $\Delta < 0$ در این صورت معادله‌ی سرعت ریشه ندارد یعنی سرعت صفر نمی‌شود در نتیجه در هیچ لحظه‌ای تغییر جهت نمی‌دهد.

این نکته رو برای این بهتون گفتم تا اون جایی که امکان داره دیگه جدول تعیین علامت نکشین و وقتتون کمتر تلف شود.

۱۹. نمودار مکان - زمان متحرکی به صورت زیر است. سرعت این متحرک چند بار صفر شده و چند بار تغییر جهت می‌دهد؟



- (۱) ۱ و ۴ (۲) ۱ و ۴
(۳) ۴ و ۴ (۴) ۱ و ۱



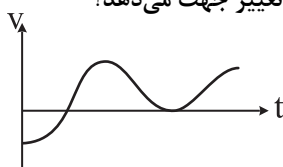
گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل ۴ بار خط مماس بر نمودار

افقی می‌شود در نتیجه ۴ بار سرعت صفر می‌شود. اما فقط

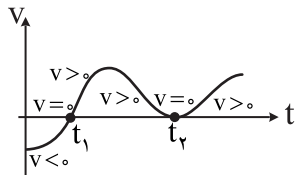
یکبار علامت سرعت تغییر می‌کند در نتیجه فقط یک بار

سرعت تغییر جهت می‌دهد.

۲۰. نمودار سرعت - زمان متحرکی به صورت زیر است. سرعت این متحرک چند بار صفر شده و چند بار تغییر جهت می‌دهد؟



- (۱) ۲ و ۲ (۲) ۱ و ۲
(۳) ۱ و ۱ (۴) ۲ و ۱



گزینه‌ی ۴ در نمودار سرعت - زمان در هر نقطه‌ای که محور افقی قطع شود سرعت متحرک صفر است. بالای محور افقی سرعت مثبت و پایین آن سرعت منفی است. بنابراین مطابق شکل ۲ بار در لحظات t_1 و t_2 سرعت صفر شده و یکبار در لحظه‌ی t_1 تغییر علامت (تغییر جهت) می‌دهد.

۲۱. یک جسم روی خط راستی که آن را محور x می‌گیریم در حرکت است. اگر جسم در لحظه‌ی $t_1 = 2s$ در مکان $x_1 = 4m$ و در لحظه‌ی $t_2 = 5s$ در مکان $x_2 = 19m$ و حرکت یکنواخت باشد، معادله‌ی مکان - زمان آن کدامست؟

(۱) $x = 5t + 6$ (۲) $x = 5t - 6$ (۳) $x = 6t - 4$ (۴) $x = 4t + 19$

بیاموزیم ۱۶

مرکت یکنواخت روی خط راست

در این حرکت، سرعت ثابت است و جسم در زمان‌های مساوی، جابجایی‌های یکسانی انجام می‌دهد. معادله‌ی مکان - زمان این حرکت، تابع درجه‌ی اولی از زمان است.

$$x = vt + x_0$$

↙ مکان اولیه ↘ مکان (فاصله از مبدأ)
 ↙ سرعت جسم

حال اگر x_0 را به طرف دیگر معادله برده و از x کم کنیم، Δx یعنی جابجایی به دست می‌آید. در حرکت یکنواخت سرعت ثابت و تغییر جهت نمی‌دهد به همین علت مسافت طی شده و جابجایی با هم برابرند. پس اگر در این حرکت جابجایی رو در قدرمطلق قرار بدیم مسافت طی شده به دست می‌آید.

گزینه‌ی ۲

$$t_1 = 2s, x_1 = 4m \rightarrow \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{19 - 4}{5 - 2} = \frac{15}{3} = 5 \left(\frac{m}{s}\right)$$

معادله‌ی این حرکت به صورت $x = vt + x_0$ است. برای محاسبه‌ی x_0 به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} t_1 = 2s \\ x_1 = 4m \end{cases} \rightarrow 4 = 5 \times 2 + x_0 \rightarrow x_0 = -6m$$

$$x = vt + x_0 = 5t - 6$$

بنابراین:

۲۲. قطاری به طول $200m$ با سرعت $72 \frac{km}{h}$ در حرکت است که به پلی به طول $100m$ می‌رسد. چه مدت طول می‌کشد تا قطار کاملاً از پل عبور کند؟

(۱) ۱۵ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰

بیاموزیم ۱۷

تبدیل واحد

برای تبدیل $\frac{km}{h}$ به $\frac{m}{s}$ عدد موردنظر را به عدد $3/6$ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{km}{h} \xrightarrow{\div 3/6} \frac{m}{s}$$

گزینه‌ی ۱

جابجایی قطار از لحظه‌ای که ابتدای آن به پل می‌رسد تا انتهای آن از پل بگذرد، برابر مجموع طول قطار و طول پل است.

$$\Delta x = L_1 + L_2 = 200 + 100 = 300m$$

$$v = 72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = vt \Rightarrow 300 = 20 \cdot t \Rightarrow \boxed{t = 15s}$$

۲۳. جسمی نیمی از مسافتی را با سرعت ثابت $6 \frac{m}{s}$ و نیمی دیگر از این مسافت را با سرعت ثابت $12 \frac{m}{s}$ طی می‌کند سرعت متوسط این

متحرک چند $\frac{m}{s}$ است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰



مماسبندی سرعت متوسط به کمک فرمول

اگر مسیر مستقیم d را به چند کسر تقسیم کنیم و متحرک $\frac{p}{q}$ از این مسیر را با سرعت v_1 و سپس $\frac{m}{n}$ از این مسیر را با سرعت v_2 و ... طی

$$\frac{1}{\bar{v}} = \frac{p}{v_1} + \frac{m}{v_2} + \dots$$

کند سرعت متوسط به صورت زیر محاسبه می‌شود:

حال اگر مسیر مستقیم d را به چند کسر مساوی تقسیم کنیم و متحرک قسمت‌های متوالی $\frac{d}{n}$ را با سرعت‌های ثابت v_1, v_2, \dots, v_n

$$\frac{1}{\bar{v}} = \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \dots + \frac{1}{v_n}$$

بپیماید، سرعت متوسط آن در کل مسیر از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

توجه: راستش من خودم اصلاً موافق حفظ کردن فرمول‌ها و روابط غیرضروری نیستم. به نظرم اگه از راه طولانی‌تر به جواب برسین ولی فرمول اضافی حفظ نکنین بهتره. از کجا معلوم که این روابط سرجلسه‌ی کنکور یادتون بیاد. در نکته‌ی بالا ۲ فرمول گفتم چون به عنوان یک معلم و مولف وظیفم بود بگم ولی اگه جای شما بودم راه اصلی رو می‌رفتم و این فرمول‌ها رو یاد نمی‌گرفتم.

$$\Delta x_1 = v_1 t_1 \rightarrow t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_1} = \frac{2}{6} = \frac{d}{12}$$

گزینه‌ی ۳ کل مسافت را d فرض می‌کنیم.

$$\Delta x_2 = v_2 t_2 \rightarrow t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_2} = \frac{2}{12} = \frac{d}{24}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{t_1 + t_2} = \frac{d}{\frac{d}{12} + \frac{d}{24}} = \frac{1}{\frac{3}{12} + \frac{1}{24}} = \frac{24}{3} = 8 \left(\frac{m}{s}\right)$$

۲۴. متحرکی $5s$ با سرعت $20 \frac{m}{s}$ و سپس $10s$ با سرعت $35 \frac{m}{s}$ در یک جهت حرکت می‌کند سرعت متوسط این متحرک در این مسیر

چند $\frac{m}{s}$ است؟

۳۵ (۴)

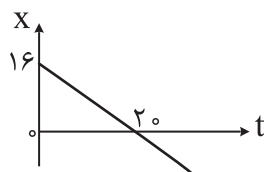
۳۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

گزینه‌ی ۳

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{t_1 + t_2} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{5 \times 20 + 10 \times 35}{5 + 10} \rightarrow \bar{v} = \frac{450}{15} = 30$$



۲۵. شکل روبرو، نمودار مکان - زمان جسمی را نشان می‌دهد. معادله‌ی حرکت این جسم کدام است؟

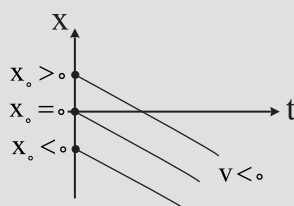
(۲) $x = 1/6t - 8$

(۱) $x = 0/8t + 16$

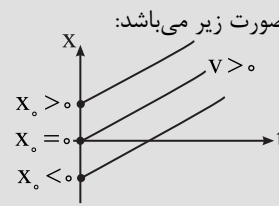
(۴) $x = -1/6t + 8$

(۳) $x = -0/8t + 16$

نمودارهای حرکت یکنواخت روی خط راست



۲ اگر سرعت منفی باشد



۱ اگر سرعت مثبت باشد:

تذکر: اگر $X_0 > 0$ باشد (X_0 مکان اولیه است) یعنی متحرک در لحظه‌ی شروع حرکت جلوتر از مبدأ مکان بوده است. اگر $X_0 = 0$ باشد یعنی متحرک در لحظه‌ی شروع حرکت روی مبدأ مکان بوده است. اگر $X_0 < 0$ باشد یعنی متحرک در لحظه‌ی شروع حرکت عقب‌تر از مبدأ مکان بوده است.