

قسمت اول

تعاریف و مفاهیم اولیه مشتق

(سراسری - ۸۸)

۱- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ در چند نقطه دارای مشتق است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

(سراسری - ۸۹)

۲- مشتق چپ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$ در نقطه‌ی $x = 0$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

۳- شیب وتری که دو نقطه به طول‌های ۴ و x از نمودار تابع f را به هم وصل می‌کند برابر $2\sqrt{x}$ است، شیب مماس بر منحنی در نقطه‌ای به طول $x = 4$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۸ (۴) ۱

(تالیفی)

۴- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x^2} & x \neq 0 \\ x^2 \cos x^2 & x = 0 \end{cases}$ مقدار $f'(0)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۰ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) وجود ندارد.

(تالیفی)

۵- درباره‌ی $f(x) = \sqrt{\sqrt{2} - \sqrt{2 - x}}$ کدام یک از موارد زیر درست است؟

- (۱) $f'(0) = 0$ (۲) $f'(0) = +\infty$ (۳) $f'_-(0) = +\infty$ (۴) $f'_+(0) = -\infty$

(تالیفی)

۶- در تابع $f(x) = \begin{cases} (x-2) \cos \frac{1}{x-2} & x \neq 2 \\ 0 & x = 2 \end{cases}$ مقدار $f'(2)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) وجود ندارد.

(تالیفی)

۷- تابع f به صورت $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 \sin^2 x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ x^2 + 1 & x < 0 \end{cases}$ تعریف شده است. کدام یک از گزاره‌های زیر درست می‌باشد؟

- (۱) f در $x = 0$ مشتق راست دارد، نه چپ.
(۲) f در $x = 0$ مشتق راست دارد، ولی چپ ندارد.
(۳) f در $x = 0$ مشتق چپ دارد، ولی راست ندارد.
(۴) f در $x = 0$ مشتق دارد.

(تالیفی)

۸- اگر مشتق تابع $f(x) = a(x^2 + 3x + 2) \sin^{-1} \frac{1}{x}$ در $x = -1$ برابر π باشد، a کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) -۲ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) ۲

(تالیفی)

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{(1 - \cos x)(1 - \sin x)}{\sin x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ آن‌گاه $f'(0)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) وجود ندارد.

(تالیفی)

۱۰- در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \in \mathbb{Q} \\ x + 1 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ مقدار $f'(0)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) وجود ندارد.

(تالیفی)

۱۱- در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x^2 + x & x \in \mathbb{Q} \\ -x^2 + 8x - 4 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ مقدار $f'(1)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۴ (۳) ۶ (۴) وجود ندارد.



- ۱۲- در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in \mathbb{Z} \\ |x| & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ مقدار $f'(-1)$ کدام است؟ (تالیفی)
- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) وجود ندارد.
- ۱۳- در تابع $f(x) = \begin{cases} (1 - \cos x) \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ مقدار $f'(0)$ کدام است؟ (تالیفی)
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) وجود ندارد.
- ۱۴- تابع f به صورت $f(x) = \begin{cases} \frac{xe^x}{1+e^x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ تعریف شده است. کدام یک از گزاره‌های زیر درست می‌باشد؟ (تالیفی)
- (۱) f در $x=0$ هم مشتق راست دارد و هم چپ.
 (۲) f در $x=0$ مشتق چپ دارد، ولی مشتق راست ندارد.
 (۳) f در $x=0$ مشتق راست دارد، ولی مشتق چپ ندارد.
 (۴) f در $x=0$ مشتق پذیر است.
- ۱۵- اگر مشتق چپ تابع $f(x) = \sqrt{ax^2e^x - x^2}$ در $x=0$ برابر -۴ باشد، a کدام است؟ (تالیفی)
- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۹ (۴) ۱۶
- ۱۶- کدام یک از موارد زیر نادرست است؟ (تالیفی)
- (۱) اگر f در a مشتق پذیر نباشد، ممکن است پیوسته نیز نباشد.
 (۲) اگر f در a مشتق پذیر باشد، الزاماً f در a پیوسته است.
 (۳) اگر f در a پیوسته باشد، ممکن است f در a مشتق پذیر نباشد.
 (۴) اگر f در a مشتق نامتناهی داشته باشد، الزاماً f در a پیوسته است.
- ۱۷- نمودار تابع f در حوالی $x=2$ به صورت مقابل است. حاصل $f'_-(2) + f'_+(2)$ کدام است؟ (تالیفی)
-
- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $-\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$

بررسی مشتق در توابع چندضابطه‌ای

- ۱۸- در تابع $f(x) = \begin{cases} |x| - 1 & x > 0 \\ 1 - x + \cos^2 x & x \leq 0 \end{cases}$ کدام مورد زیر درست است؟ (تالیفی)
- (۱) $f'(0) = 1$ (۲) $f'_-(0) = 1$ (۳) $f'_+(0) = -1$ (۴) $f'_-(0) = -1$
- ۱۹- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$ در $x=0$: (آزاد - ۷۴)
- (۱) مشتق پذیر است.
 (۲) مشتق چپ دارد ولی مشتق راست ندارد.
 (۳) مشتق راست دارد ولی مشتق چپ ندارد.
 (۴) مشتق چپ و راست ندارد.
- ۲۰- تابع f با ضابطه‌ی مقابل در چند نقطه ناپیوسته و در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟ (سراسری - ۸۲)

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ x+1 & 0 \leq x < 1 \\ 2x+2 & 1 \leq x < 2 \\ x^2+2 & x \geq 2 \end{cases}$$

- (۱) دو نقطه ناپیوسته و دو نقطه مشتق ناپذیر
 (۲) دو نقطه ناپیوسته و سه نقطه مشتق ناپذیر
 (۳) دو نقطه ناپیوسته و دو نقطه مشتق ناپذیر
 (۴) دو نقطه ناپیوسته و سه نقطه مشتق ناپذیر

- (۱) یک نقطه ناپیوسته و دو نقطه مشتق ناپذیر
 (۲) دو نقطه ناپیوسته و دو نقطه مشتق ناپذیر
 (۳) یک نقطه ناپیوسته و سه نقطه مشتق ناپذیر
 (۴) دو نقطه ناپیوسته و سه نقطه مشتق ناپذیر

- ۲۱- اگر $y = \begin{cases} x^2 & |x| \geq 1 \\ 2x^2 - 1 & |x| < 1 \end{cases}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - 1}{h}$ کدام است؟ (تالیفی - بر اساس تمرین کتاب درسی دیفرانسیل)
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

- ۲۲- در تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{(x-1)^2} & x > 0 \\ x^2 - 3x + 1 & x \leq 0 \end{cases}$ حاصل $f'_+(0) - f'_-(0)$ کدام است؟ (تالیفی)
- (۱) وجود ندارد. (۲) صفر (۳) $-\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{7}{3}$



- ۲۳- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$ ، آن گاه تابع f' در $x = 0$ کدام وضعیت زیر را دارد؟ (تالیفی)
- (۱) فقط پیوستگی چپ دارد. (۲) فقط پیوستگی راست دارد. (۳) از هیچ سمتی پیوستگی ندارد. (۴) پیوسته است.
- ۲۴- تابع $f(x) = \begin{cases} -\sqrt{-x} & x \leq -1 \\ g(x) & x > -1 \end{cases}$ در $x = -1$ مشتق پذیر است، تابع $g(x)$ کدام است؟ (تالیفی)
- (۱) $\sqrt{-x} - 2$ (۲) $2\sqrt{x+2} - 3$ (۳) $\sqrt{x+2} + 2$ (۴) $\frac{x^2}{4} + x - \frac{1}{4}$
- ۲۵- به ازای کدام مقدار a در تابع $f(x) = \begin{cases} x+a & x \leq 1 \\ b\sqrt[3]{x} & x > 1 \end{cases}$ ، مقدار $f'(1)$ موجود است؟ (سراسری - ۷۹)
- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۲۶- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} & x \geq 1 \\ ax^2 + bx & x < 1 \end{cases}$ بر روی \mathbb{R} مشتق پذیر است. مقدار b کدام است؟ (سراسری خارج از کشور - ۸۹)
- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) ۵
- ۲۷- اگر تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 1 + a \cos \pi x & x > 1 \\ bx^2 + x & x \leq 1 \end{cases}$ بر روی \mathbb{R} مشتق پذیر باشد، a کدام است؟ (سراسری خارج از کشور - ۹۱)
- (۱) ۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) -۱ (۴) $\frac{1}{2}$
- ۲۸- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & x < 1 \\ 2\sqrt{4x-3} & x \geq 1 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟ (سراسری - ۹۶)
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲
-
- ۲۹- به ازای کدام مقدار a ، تابع $f(x) = \begin{cases} a \sin \pi x - a & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 + a & 1 < x < 2 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است؟ (تالیفی)
- (۱) $\left\{-\frac{1}{2}, -\frac{2}{\pi}\right\}$ (۲) $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ (۳) $\left\{-\frac{2}{\pi}\right\}$ (۴) هیچ مقدار a
- ۳۰- به ازای کدام مقادیر a ، تابع $f(x) = \begin{cases} x+a & x \geq a \\ |x-a| + 2a & x < a \end{cases}$ در $x = a$ مشتق پذیر است؟ (تالیفی)
- (۱) $a < 0$ (۲) $a > 0$ (۳) $a \in \mathbb{R}$ (۴) هیچ مقداری برای a یافت نمی شود.
- ۳۱- به ازای کدام مقدار b ، در تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x} - \frac{b}{x^2} & x \leq -1 \\ x - x^2 - b & x > -1 \end{cases}$ ، مقدار $f'_(-1)$ موجود است؟ (تالیفی)
- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) هر مقدار
- ۳۲- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x} - \frac{b}{x^2} & x \leq -1 \\ \frac{c}{x^3} & x > -1 \end{cases}$ و $f'_+(-1) = 2$ باشد، $a + b$ کدام است؟ (تالیفی)
- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$
- ۳۳- تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b|x| - 1 & x \geq 1 \\ |x-1| & x < 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است. $a - b$ کدام است؟ (تالیفی)
- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱
- ۳۴- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq n \\ ax + b & x > n \end{cases}$ در $x = n$ مشتق پذیر است، ab کدام است؟ (تالیفی)
- (۱) $-2n^3$ (۲) $2n^3$ (۳) n^3 (۴) $-n^3$

قسمت دوم

بررسی مشتق پذیری توابع قدر مطلق

(آزاد - ۷۹)	۳۵- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 1 \\ \frac{x-2}{x-1} & 1 \leq x < 2 \\ \frac{x-1}{x+2} & x \geq 2 \end{cases}$ در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟	(۱) دو نقطه	(۲) یک نقطه	(۳) چهار نقطه	(۴) سه نقطه
(آزاد - ۸۶)	۳۶- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 2 \\ 4x - 1 & x > 2 \end{cases}$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟	(۱) ۱	(۲) ۴	(۳) ۲	(۴) ۳
(سراسری - ۸۵)	۳۷- تعداد نقاط مشتق ناپذیری تابع $f(x) = x - 1 $ بر روی \mathbb{R} کدام است؟	(۱) صفر	(۲) ۱	(۳) ۲	(۴) ۳
(سراسری ۵) (بخ از کشور - ۸۸)	۳۸- اگر $f(x) = 1 - x $ ، تعداد نقاط مشتق ناپذیری تابع با ضابطه‌ی $y = f(f(x))$ کدام است؟	(۱) ۱	(۲) ۲	(۳) ۳	(۴) صفر
(آزاد - ۹۰)	۳۹- تابع $y = x^2 - x^2 $ ، در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟	(۱) ۱	(۲) ۲	(۳) صفر	(۴) ۳
(تالیفی)	۴۰- تابع $f(x) = x \sin x $ در بازه‌ی $(-2\pi, 2\pi)$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟	(۱) ۱	(۲) ۲	(۳) ۳	(۴) ۵
(تالیفی)	۴۱- تابع $f(x) = 1 - \sin x $ در چند نقطه از بازه‌ی $(-2\pi, \pi)$ مشتق پذیر نیست؟	(۱) ۰	(۲) ۱	(۳) ۲	(۴) ۳
(تالیفی)	۴۲- تابع $f(x) = \sin x - \cos x $ در بازه‌ی $(0, 2\pi)$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟	(۱) ۱	(۲) ۲	(۳) ۳	(۴) ۰
(تالیفی)	۴۳- تابع $f(x) = x + x - 2 + x + 3 $ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟	(۱) ۰	(۲) ۱	(۳) ۲	(۴) ۳
(تالیفی)	۴۴- تابع $f(x) = x^3 + x^3 - 2x^2 + x $ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟	(۱) یک نقطه	(۲) دو نقطه	(۳) سه نقطه	(۴) هیچ نقطه
(تالیفی)	۴۵- تابع $f(x) = x^2 - 3 x $ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟	(۱) صفر نقطه	(۲) یک نقطه	(۳) دو نقطه	(۴) سه نقطه
(تالیفی)	۴۶- تابع $f(x) = x^4 + 3x^3 + ax^2 $ فاقد نقطه‌ی مشتق ناپذیر است، حدود a کدام است؟	(۱) $a > \frac{9}{4}$	(۲) $a \geq \frac{9}{4}$	(۳) $a > \frac{3}{2}$	(۴) $a \geq \frac{3}{2}$
(تالیفی)	۴۷- تابع $f(x) = x - 2 - x + 1 $ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟	(۱) ۲	(۲) ۳	(۳) ۴	(۴) ۱
(تالیفی)	۴۸- تابع $f(x) = 2 \sin x - 1 $ در بازه‌ی $(-2\pi, 2\pi)$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟	(۱) ۹	(۲) ۱۰	(۳) ۱۱	(۴) ۳
(تالیفی)	۴۹- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{ x-2 +1}{2 x -1} & x \leq 1 \\ x+2 & x > 1 \end{cases}$ در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟	(۱) ۲	(۲) ۳	(۳) ۴	(۴) ۵



بررسی مشتق پذیری توابع رادیکالی

- ۵۰- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{(x-1)(x-2)^2} & x \geq 0 \\ |(x+1)(x+2)^2| & x < 0 \end{cases}$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟ (آزاد - ۸۲)
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵
- ۵۱- تابع $f(x) = (x^8 - x^6)^{\frac{2}{5}}$ در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟ (تالیفی)
- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر
- ۵۲- تابع $f(x) = \sqrt[4]{x^6 | (x^3 - 1)(x+1)^7 |}$ در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟ (تالیفی)
- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر
- ۵۳- اگر تابع $f(x) = \sqrt[5]{(x-1)^m (x-2)^5}$ در $x=1$ مشتق پذیر بوده و $f'(1) \neq 0$ ، آن‌گاه m کدام است؟ (تالیفی)
- (۱) ۱۴ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۲
- ۵۴- به ازای کدام مقادیر n ، تابع $f(x) = \sqrt[n]{(x-1)^n | x-1 |}$ روی \mathbb{R} مشتق پذیر است؟ ($n \in \mathbb{N}$) (تالیفی)
- (۱) $n \geq 1$ (۲) $n \geq 3$ (۳) $n \geq 4$ (۴) $n \geq 5$

بررسی مشتق پذیری توابع جز، صحیح

- ۵۵- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \left[x + \frac{1}{x} \right] + [x]$ روی بازه‌ی $(0, 3)$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟ (سراسری فارغ از کشور - ۸۶)
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵
- ۵۶- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \left[\frac{1}{x} \right]$ در کدام بازه مشتق پذیر است؟ (سراسری - ۹۱)
- (۱) $(-\infty, -1)$ (۲) $(-1, 0)$ (۳) $[1, +\infty)$ (۴) $[0, 1]$
- ۵۷- تابع $f(x) = 2 \left(\left[\frac{x}{2} \right] + \left[-\frac{x}{2} \right] \right)$ در بازه $(-3, 2)$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟ (تالیفی)
- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۰
- ۵۸- مشتق تابع $f(x) = \sin([x^2 + 2x])$ در $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟ (تالیفی)
- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) وجود ندارد.
- ۵۹- تابع $f(x) = [\sqrt{2x}] - [x^2]$ در بازه‌ی $(1, 3)$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟ (تالیفی)
- (۱) ۹ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

عامل‌های ضربی صفرکننده و رفع مشتق ناپذیری

- ۶۰- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^n [x] & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ در $x=0$ مشتق پذیر باشد، آن‌گاه: ($n \in \mathbb{N}$) (آزاد با کمی تغییر - ۷۱)
- (۱) $n \geq 1$ (۲) $n \geq 2$ (۳) فقط $n=2$ (۴) فقط $n=1$
- ۶۱- به ازای کدام مقدار a تابع $f(x) = x|x-1| + a|x-1|$ در $x=1$ مشتق پذیر است؟ (آزاد - ۸۰)
- (۱) $a=1$ (۲) $a=0$ (۳) $a=-1$ (۴) همه‌ی مقادیر
- ۶۲- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x[\sin x]$ روی بازه‌ی $(-\pi, \frac{\pi}{4})$ کدام وضعیت زیر را دارد؟ (سراسری - ۸۳)
- (۱) پیوسته - مشتق پذیر (۲) ناپیوسته - مشتق پذیر (۳) پیوسته - مشتق ناپذیر (۴) ناپیوسته - مشتق ناپذیر
- ۶۳- اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = (2x^2 + ax + b) |(x-1)(x-2)|$ در \mathbb{R} مشتق پذیر باشد، $a+b$ کدام است؟ (آزاد - ۸۳)
- (۱) ۳ (۲) -۲ (۳) ۶ (۴) -۶
- ۶۴- کدام گزینه در $x=1$ مشتق پذیر است؟ (آزاد - ۸۶)
- (۱) $y = [(x-1)^2]$ (۲) $y = (x-1)[\sqrt{x-1}]$ (۳) $y = [\sqrt{x-1}]$ (۴) $y = \sqrt{x-1}[(x-1)^2]$



۶۵- تابع با ضابطه‌ی $y = x\sqrt{x^2}$ از نظر پیوستگی و مشتق‌پذیری در صفر چگونه است؟ (سراسری - ۸۷)

(۱) پیوسته و مشتق‌پذیر است.
 (۲) پیوسته است ولی مشتق‌پذیر نیست.
 (۳) نه پیوسته است و نه مشتق‌پذیر.
 (۴) فقط از راست پیوسته و از راست مشتق‌پذیر است.

۶۶- تابع $y = x|x^2 - x|$ در چند نقطه مشتق‌پذیر نیست؟ (آزاد نمره از کشور - ۸۸)

(۱) ۲
 (۲) ۰
 (۳) ۱
 (۴) ۳

۶۷- تابع با ضابطه‌ی $y = (x^2 + 3x^2 + ax + b)[x]$ در $x = 2$ مشتق‌پذیر است. $a + b$ کدام است؟ (آزاد - ۹۰)

(۱) ۵۲
 (۲) -۵۲
 (۳) -۴
 (۴) ۴

۶۸- تابع $y = x|(x-1)^2(x-2)|$ در کدام نقطه مشتق‌پذیر نیست؟ (آزاد - ۹۱)

(۱) $x = 2$
 (۲) $x = 0$
 (۳) $x = 1$
 (۴) $x = -1$

۶۹- کدام تابع زیر در $x = 1$ مشتق‌پذیر است؟ (تالیفی)

(۱) $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$
 (۲) $(x-1)[x]$
 (۳) $|x-1|[x]$
 (۴) $(x-1)\sqrt{x-1}$

۷۰- کدام تابع زیر در $x = 0$ مشتق‌ناپذیر است؟ (تالیفی)

(۱) $x^2[x]$
 (۲) $x[x^2]$
 (۳) $\frac{x}{1-|x|}$
 (۴) $x \operatorname{sgn} x^2$

۷۱- اگر در تابع $f(x) = g(x) \operatorname{sgn} x$ و $f'(0) = g'(0) = 0$ ، آن‌گاه $f'(0)$ کدام است؟ (تالیفی)

(۱) ۰
 (۲) ۱
 (۳) -۱
 (۴) وجود ندارد.

۷۲- اگر در تابع $f(x) = (x-a)(x-b)(|x-x|)$ ، $f'(1) = 0$ ، آن‌گاه حاصل $a + b$ کدام است؟ (تالیفی)

(۱) ۲
 (۲) -۲
 (۳) ۱
 (۴) -۱

۷۳- تابع $f(x) = (x^2 - \delta x + 6)\sqrt{x^2} |\sin \pi x|$ در کدام یک از نقاط زیر مشتق‌پذیر نیست؟ (تالیفی)

(۱) $x = -2$
 (۲) $x = 0$
 (۳) $x = 3$
 (۴) $x = 2$

۷۴- اگر تابع $f(x) = |\sin \pi x - \cos \pi x| (x^2 + ax + b)\sqrt{x-1}$ در بازه‌ی $(\frac{9}{8}, \frac{9}{8})$ مشتق‌پذیر باشد، $a + b$ کدام است؟ (تالیفی)

(۱) $\frac{3}{2}$
 (۲) ۱
 (۳) -۱
 (۴) $-\frac{3}{2}$

۷۵- در تابع $f(x) = |(x-2)(x+1)| (x^2 + x)\sqrt{x(x+2)^3}$ کدام مورد زیر نادرست است؟ (تالیفی)

(۱) $f'(0) = 0$
 (۲) $f'(-1) = 0$
 (۳) $f'(2) \neq 0$
 (۴) $f'(-2) = 0$

۷۶- آن‌گاه تابع $f(x) = |x-2|g(x)$ به ازای کدام مقدار a در $x = 2$ مشتق‌پذیر است؟ (تالیفی)

$$g(x) = \begin{cases} ax + 5 & x > 2 \\ -2 & x = 2 \\ \delta x + a & x < 2 \end{cases}$$

(۱) ۵
 (۲) -۲
 (۳) -۵
 (۴) هیچ مقدار a

تعبیر نموداری مشتق‌ناپذیری

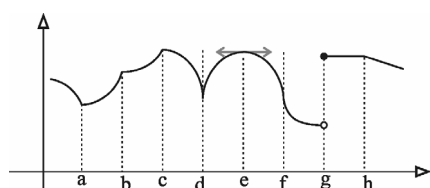
۷۷- اگر مماس‌های راست و چپ در $f(x) = |x|(x^2 + a)$ در نقطه‌ی زاویه‌دار آن بر هم عمود باشند، مجموعه مقادیر a کدام است؟ (سراسری - ۹۰)

(۱) $\{-1\}$
 (۲) $\{-1, 1\}$
 (۳) $\{1\}$
 (۴) \emptyset

۷۸- کدام مورد زیر نادرست است؟ (تالیفی)

(۱) اگر f در a ناپیوسته باشد، $f'(a)$ موجود نیست.
 (۲) اگر $f'(a) = +\infty$ ، تابع f ممکن است در a پیوسته باشد.
 (۳) اگر f در a خط مماس داشته باشد، f در a مشتق‌پذیر است.
 (۴) اگر f در a پیوسته باشد، ممکن است $f'(a)$ موجود نباشد.

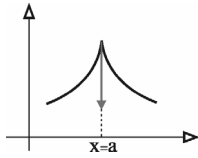
۷۹- نمودار تابع f به صورت مقابل است. این تابع در چند نقطه مشتق‌پذیر نیست؟ (تالیفی)



- (۱) ۸
- (۲) ۷
- (۳) ۶
- (۴) ۵



(تالیفی)



۸۰- نمودار تابع f به صورت مقابل است. کدام مورد زیر درست می‌باشد؟

(۱) $f'_-(a) = -\infty$ و $f'_+(a) = +\infty$

(۲) $f'_-(a) = +\infty$ و $f'_+(a) = -\infty$

(۳) $f'_-(a) = -\infty$ و $f'_+(a) = -\infty$

(۴) $f'_-(a) = +\infty$ و $f'_+(a) = +\infty$

(تالیفی)

۸۱- نمودار تابع $y = \sqrt{1-x^2}$ در حوالی $x = -1$ کدام است؟



(تالیفی)

۸۲- تانژانت زاویه بین دو نیم‌ماس راست و چپ منحنی تابع $y = \begin{cases} \frac{x}{\pi} \tan^{-1} \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ در مبدا مختصات کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

(تالیفی)

۸۳- تانژانت زاویه بین نیم‌ماس‌های نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{e^x + 1} \operatorname{sgn} x$ در مبدا مختصات کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

(تالیفی)

۸۴- زاویه بین نیم‌ماس‌های نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x\sqrt{x+3} & x > 0 \\ x^2 - \sqrt{3}x & x < 0 \end{cases}$ در $x = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

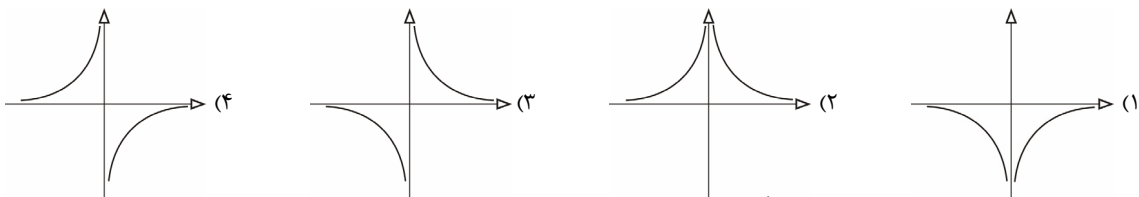
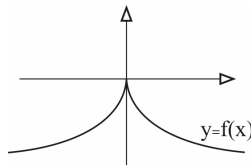
(تالیفی)

۸۵- زاویه بین دو نیم‌ماسی که در مبدا مختصات بر نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ x^2 + x & x < 0 \end{cases}$ رسم می‌شود، چند درجه است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۹۰ (۳) ۱۳۵ (۴) ۱۶۰

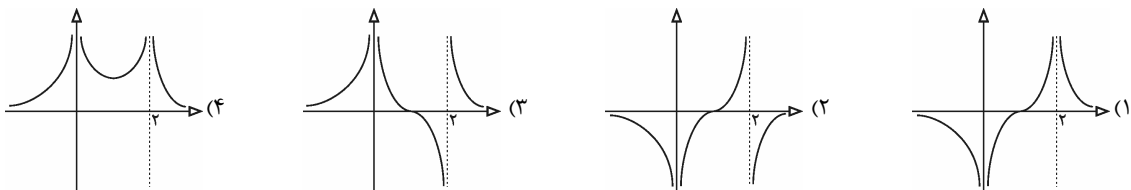
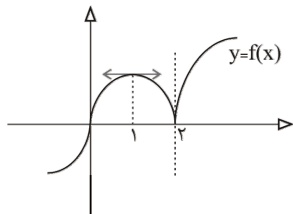
(تالیفی)

۸۶- نمودار تابع f به صورت مقابل است، نمودار f' به کدام صورت زیر می‌تواند باشد؟



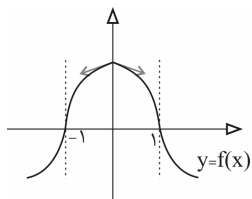
(تالیفی)

۸۷- نمودار تابع f به صورت مقابل است، نمودار f' کدام است؟

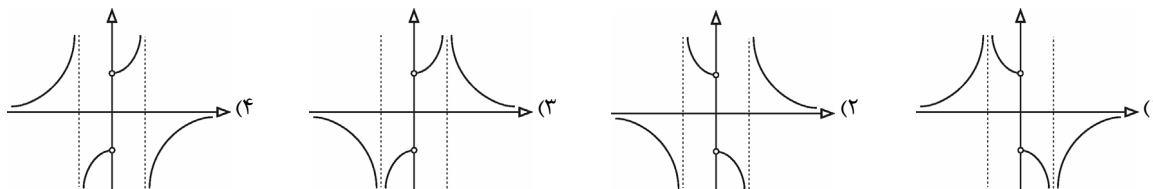




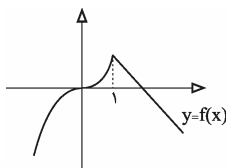
(تالیفی)



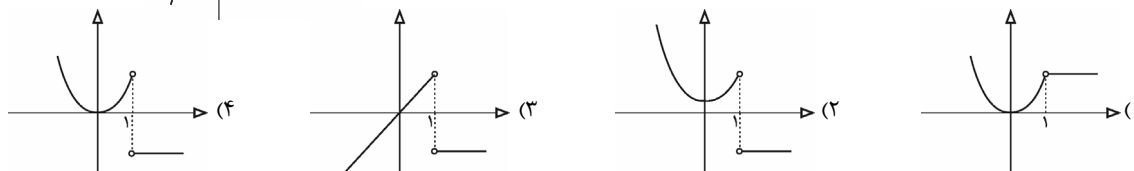
۸۸- نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار f' کدام است؟



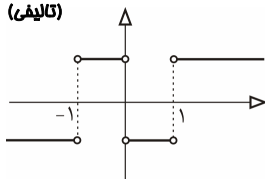
(تالیفی)



۸۹- نمودار تابع f به صورت مقابل است، نمودار f' کدام است؟



(تالیفی)



۹۰- نمودار تابع مشتق کدام یک از توابع زیر به صورت مقابل است؟

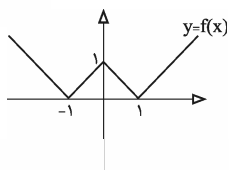
(۱) $y = |1 - |x||$

(۲) $y = \sqrt{|1 - |x||}$

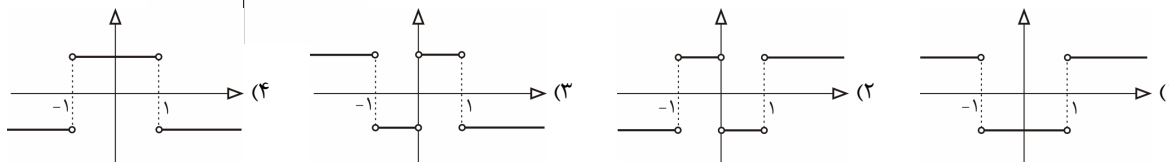
(۳) $y = x + [x]$

(۴) $y = \text{sgn}(1 - |x|)$

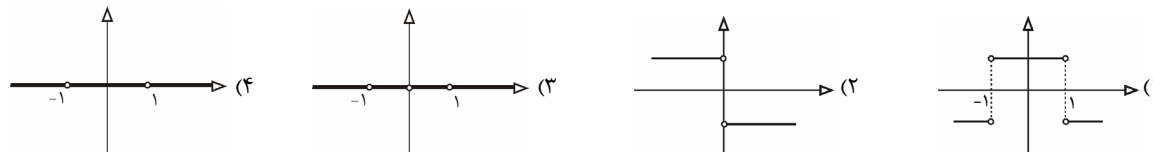
(تالیفی)



۹۱- نمودار تابع f به صورت مقابل است، نمودار f' کدام است؟



(تالیفی)



۹۲- نمودار تابع مشتق تابع $f(x) = \text{sgn}(1 - |x|)$ کدام است؟

تابع مشتق

(تالیفی)

(۴) $\mathbb{R} - \{2, 3\}$

(۳) $\mathbb{R} - \{1, 2, 3\}$

(۲) $\mathbb{R} - \{1, 2\}$

(۱) $\mathbb{R} - \{2\}$

۹۳- اگر $f(x) = |x^2 - 4x + 4 - |x - 2||$ ، آن گاه $D_{f'}$ کدام است؟

(تالیفی)

(۴) $(-1, 1) - \{0\}$

(۳) $(-1, 1)$

۹۴- دامنه‌ی مشتق تابع $f(x) = x\sqrt{1 - |x|}$ کدام است؟

(۲) $[-1, 1] - \{0\}$

(۱) $[-1, 1]$

(تالیفی)

(۴) $[0, 4] - \{4\}$

(۳) $[0, 4] - \{0\}$

۹۵- اگر $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$ ، آن گاه $D_{f'}$ کدام است؟

(۲) $(0, 4)$

(۱) $[0, 4]$

(تالیفی)

۹۶- دامنه‌ی تابع مشتق تابع $f(x) = (x^2 - x - 6) \cos^{-1}\left(\frac{2}{x}\right)$ شامل چند عدد صحیح نمی‌باشد؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۴

(۲) ۵

(۱) ۳

قسمت سوم

فرمول‌های مشتق‌گیری

- ۹۷- مشتق تابع $y = \sqrt[3]{(2x^2 - x)^2}$ کدام است؟
- (۱) $\frac{8x-1}{3\sqrt[3]{(2x^2-x)^2}}$ (۲) $\frac{2(4x-1)}{3\sqrt[3]{(2x^2-x)^2}}$ (۳) $\frac{2(4x-1)(2x^2-x)}{3\sqrt[3]{(2x^2-x)^2}}$ (۴) $\frac{(4x-1)(2x^2-x)}{\sqrt[3]{(2x^2-x)^2}}$
- ۹۸- مقدار مشتق عبارت $(x^{15} + 2x^{10} + x^5 + 2x + 1)^{101}$ در $x = 0$ چه قدر است؟
- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۱ (۳) ۲۰۰ (۴) ۲۰۲
- ۹۹- اگر $f(x) = \sin^2 x$ باشد، $f'\left(\tan^{-1}\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$
- ۱۰۰- اگر f تابعی بیوسته و $f(1) = 4$ و $f'(1) = 8$ باشد، آن‌گاه مشتق $\frac{1}{f(x)}$ در $x = 1$ کدام است؟
- (۱) ۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -۲
- ۱۰۱- مشتق تابع با ضابطه $y = \frac{x\sqrt{x+5} + \sqrt{x}(x+5)}{\sqrt{x^2+5x}}$ در $x = 4$ چه قدر است؟
- (۱) ۵ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{13}{72}$ (۴) $\frac{5}{12}$
- ۱۰۲- اگر $f(x) = \sqrt{\frac{3x-1}{2x+1}}$ ، آن‌گاه $f'(2)$ کدام است؟
- (۱) $-0/2$ (۲) $-0/1$ (۳) $0/1$ (۴) $0/2$
- ۱۰۳- اگر $f(x) = \sin^{-1}(2x-1) - 2\sin^{-1}\sqrt{x}$ ، حاصل $f'(x) - f(x)$ کدام است؟
- (۱) صفر (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $-\frac{\pi}{2}$ (۴) π
- ۱۰۴- مقدار مشتق $\sin^3 \sqrt{x}$ در نقطه $x = \frac{\pi^2}{9}$ چه قدر است؟
- (۱) $\frac{9}{16\pi}$ (۲) $\frac{9}{8\pi}$ (۳) $\frac{27}{16\pi}$ (۴) $\frac{27}{8\pi}$
- ۱۰۵- اگر $f(x) = \sqrt{2\sin \pi x^2}$ ، آن‌گاه $f'\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$ کدام است؟
- (۱) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\pi\sqrt{2}$ (۴) $\pi\sqrt{3}$
- ۱۰۶- مشتق تابع $y = (\sqrt{x+4} - \sqrt{x+1})^2 (\sqrt{x+4} + \sqrt{x+1})^2$ در $x = 0$ کدام است؟
- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{27}{4}$ (۳) $-\frac{27}{4}$ (۴) $-\frac{9}{4}$
- ۱۰۷- مشتق تابع با ضابطه $y = (\sin x + \cos x)^4 - 2\sin 2x$ در $x = \frac{3\pi}{16}$ کدام است؟
- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ۱۰۸- مشتق عبارت $\left(\frac{16}{x} - \sqrt[3]{x^2}\right)^2$ به ازای $x = -8$ کدام است؟
- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲



- ۱۰۹- اگر $f(x) = \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x}$ مقدار $f\left(\frac{\pi}{4}\right) - 3f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ برابر کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
 (سراسری خارج از کشور - ۸۸)
- ۱۱۰- مشتق تابع $y = \cos^2 x + \sin^2 x - 2\sin^2 x \cos^2 x$ در $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟
 (۱) $\sqrt{3}$ (۲) -۱ (۳) $-\sqrt{3}$ (۴) ۱
 (آزاد - ۸۸)
- ۱۱۱- اندازه‌ی مشتق تابع $y = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{8}$ کدام است؟
 (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$
 (سراسری - ۸۹)
- ۱۱۲- مشتق تابع با ضابطه‌ی $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + \sqrt{x}}$ به ازای $x = 1$ کدام است؟
 (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $-\frac{1}{9}$
 (آزاد - ۸۹)
- ۱۱۳- مقدار مشتق تابع $y = \cos^2 \frac{\pi}{3x}$ به ازای $x = 4$ کدام است؟
 (۱) $\frac{\pi}{96}$ (۲) $\frac{\pi}{72}$ (۳) $\frac{\pi}{48}$ (۴) $\frac{\pi}{32}$
 (سراسری خارج از کشور - ۹۰)
- ۱۱۴- مقدار مشتق $y = \frac{1 - \cos^2 x}{2 - \sin^2 x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{7}{9}$ (۴) $\frac{8}{9}$
 (سراسری - ۹۱)
- ۱۱۵- مشتق تابع $f(x) = \sqrt{1 + \tan^2\left(\frac{1}{x}\right)}$ به ازای $x = \frac{3}{\pi}$ کدام است؟
 (۱) $-\frac{2\pi^2\sqrt{3}}{9}$ (۲) $-\frac{2\pi^2}{9}$ (۳) $\frac{2\pi^2}{9}$ (۴) $\frac{2\pi^2\sqrt{3}}{9}$
 (سراسری خارج از کشور - ۹۱)
-
- ۱۱۶- مشتق عبارت $y = \tan^{-1}\sqrt{x}$ در نقطه $x = 4$ کدام است؟
 (۱) $0/05$ (۲) $0/1$ (۳) $0/2$ (۴) $0/25$
 (سنجش)
- ۱۱۷- مشتق تابع $f(x) = \sqrt{x + 2\sqrt{x-1}}$ در $x = 2$ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) ۱
 (گزینه‌ی دو)
-
- ۱۱۸- مشتق تابع به معادله‌ی $y = \frac{2x + 3\sqrt{x}}{2\sqrt{x} + 3}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{(2\sqrt{x} + 3)^2}$ (۲) $\frac{12x}{(2\sqrt{x} + 3)^2}$ (۳) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ (۴) $\frac{x - \sqrt{x}}{(2\sqrt{x} + 3)^2}$
 (تالیفی)
- ۱۱۹- اگر $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ و h تابعی مشتق‌پذیر باشد و $h'(2) = 0$ ، $f'(2) = 10$ و $g'(2) = 5$ ، آن‌گاه $h(2)$ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) معلوم نیست.
 (تالیفی)
- ۱۲۰- اگر قسمتی از نمودار تابع به صورت مقابل باشد، آن‌گاه $\left(\frac{x^2}{f^2 + f}\right)'$ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{17}{36}$ (۳) $\frac{7}{36}$ (۴) $\frac{1}{12}$
 (تالیفی)
- ۱۲۱- اگر $f(x) = (x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$ ، آن‌گاه $f(x) + (x-1)f'(x)$ کدام است؟
 (۱) $64x^{63}$ (۲) ۱ (۳) $8x^7$ (۴) $16x^{15}$
 (تالیفی)

